

空氣 γ 值測定實驗

一. 實驗目的：

利用Clement-Desormes法，在不直接測量 C_p （定壓莫耳熱容量）和 C_v （定容莫耳熱容量）下，測得空氣的熱容量比值 γ 。

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

二. 實驗原理：

由熱力學，可以知道物體的熱容量，為物體每升高單位溫度 ΔT 所需的熱量 ΔQ ，熱容量定義為

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$$

若在一定體積下，每單位莫耳氣體的熱容量，稱為定容莫耳熱容量 C_v ；在一定壓下，其每單位莫耳氣體的熱容量，稱為定壓莫耳熱容量 C_p 。

$$c_v = \frac{1}{n} \left(\frac{dQ}{dT} \right)_v \quad (1)$$

$$c_p = \frac{1}{n} \left(\frac{dQ}{dT} \right)_p \quad (2)$$

考慮一理想氣體，由熱力學第一定律，系統內熱量變化 Q 為系統內能 U 與外界對系統作功 W 之和

$$dQ = dU + dW \quad (3)$$

又理想氣體方程式可描述為

$$pv = nRT \quad (4)$$

（其中 n 代表粒子莫耳數；

$R = 8.31 \text{ J/mol-K}$ 為體常數）

其中(3)式的 dW 可表示為

$$dW = pdv \quad (5)$$

又在一固定體積時， $dv=0$ ，帶回式(3)，則式(1)可表示

$$c_v = \left(\frac{dU}{dT} \right)_v$$

$$\Rightarrow dU = c_v dT \quad (6)$$

根據(5)(6)式，式(3)可表示

$$dQ = c_v dT + p dv \quad (7)$$

在一莫耳理想氣體下對理想氣體方程式做全微分得

$$v dp + p dv = R dT$$

並帶入式(7)運算可得

$$dQ = (R + c_v) dT - v dp$$

若在一固定壓力時， $dp=0$

$$\left(\frac{dQ}{dT} \right)_p = R + c_v = c_p \quad (8)$$

考慮在絕熱狀態下， $dQ=0$ ，則式(7)表示為

$$c_v dT + p dv = 0$$

將理想氣體方程式代入上式，在做積分運算，並帶入式(8)

$$\frac{dT}{T} + \frac{R}{c_v} \frac{dv}{v} = 0$$

$$\Rightarrow \text{const} = T v^{\frac{R}{c_v}}$$

$$\Rightarrow \text{const} = \frac{p}{R} v^{\frac{c_v + R}{c_v}}$$

$$(c_v + R = c_p, \gamma = \frac{c_p}{c_v})$$

$$\Rightarrow \text{const} = p v^\gamma \quad (9)$$

則我們便可以定義 $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ ，稱 γ 為熱容量比值。

根據熱力學查表可知空氣中，理想氣體的 C_v 、 C_p 值

$$c_v = \frac{5}{2} R$$

$$c_p = \frac{7}{2} R$$

$$\Rightarrow \gamma_{air} \cong 1.4$$

接下來探討本實驗如圖(二)，利用 Clement-Desormes 法，用一 U 型水柱管做為測量壓力大小的水柱壓力計，首先用一送風球假設給予實驗容器容量 V_0 中的壓力為 P_0 、室內溫度為 T_r ，待穩定後，突然將開關打開，讓氣體迅速衝出，在容器內壓力回復到室內壓力 P_r 瞬間時，迅速關閉開關，此時容器內空氣體積變為 V_1 ，溫度降為 T_1 ，因為空氣壓力變化由 P_0 迅速變為 P_r ，以至於空氣與容器之間來不及傳遞熱量，此過程稱為絕熱膨脹(Adiabatic expansion)，其實驗過程的狀態變化可參考圖(一)。並會滿足上式(9)得

$$P_0 V_0^\gamma = P_r V_1^\gamma \quad (10)$$

然在等待個四五分鐘，容器內溫度又會回到室溫 T_r ，而壓力升高為 P_2 ，由放出氣前至放出氣後溫度回復到室溫這過程我們可視為等溫過程，因 U 型管體積極小，所以我們不考慮空氣在回升時的體積變化，則， $V_1 \equiv V_2$ ，再由理想氣體狀態方程式可得

$$P_0 V_0 = P_2 V_2 \equiv P_2 V_1 \quad (11)$$

綜合以上(10)(11)式可得，

$$\gamma = \frac{\ln(P_0/P_r)}{\ln(P_0/P_2)} \quad (12)$$

接下來考慮在 U 型管壓力計，大氣壓力以液柱高表示

$$P_0 = h_0 + h_i$$

$$P_r = h_0$$

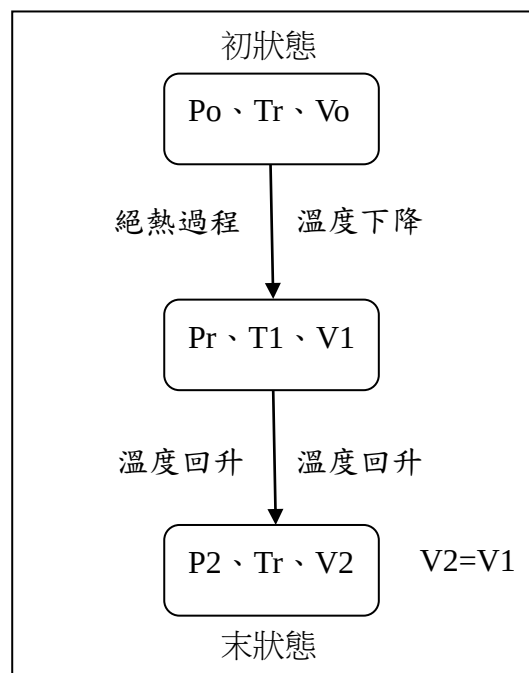
$$P_2 = h_0 + h_f$$

代入(12)式得

$$\gamma = \frac{\ln(1 + \frac{h_i}{h_0})}{\ln(1 + \frac{h_i}{h_0}) + \ln(1 + \frac{h_f}{h_0})} \quad (13)$$

因為 $h_0 \gg h_i, h_f$ ，所以 $\frac{h_i}{h_0} \ll 1, \frac{h_f}{h_0} \ll 1$ ，則上式可以改寫成

$$\gamma = \frac{h_i}{h_i - h_f} \quad (14)$$

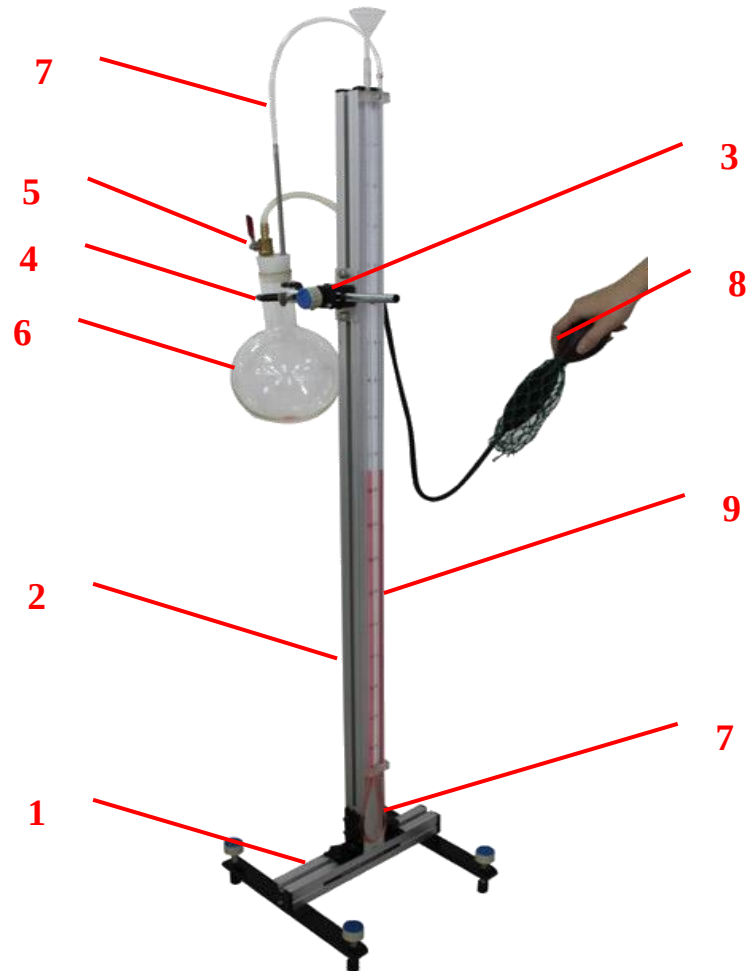


圖(一)實驗狀態過程圖

三. 實驗儀器：

實驗儀器列表					
編號	儀器名稱	數量	編號	儀器名稱	數量
1	實驗台座	1 座	2	附刻度鋁支架	1 支
3	可移動接頭	1 個	4	應用夾	1 支
5	開關閥	1 個	6	燒瓶	1 個
7	矽膠管	2 條	8	送風球	1 個
9	透明管	2 條			

實驗儀器對照圖



四、實驗步驟

1.實驗裝置如圖，利用送風球緩慢送空氣進入實驗容器，使水柱壓力計的兩面差為 10~20cm，在關上開關閘，封閉實驗容器，並取下送風球。

2.等待約 4、5 分鐘讓容器內氣壓及溫度平衡，根據實驗紀錄表，讀取水柱壓力計兩邊高低差 h_i 。

3.打開開關閘，在水柱氣壓計的兩邊等高瞬間關閉開關閘，讓容器內壓力回復到 P_0 室壓。等待 4、5 分鐘始容器內溫度回復室溫，在水柱壓力計兩邊高停止，讀取高低差 h_f 。

注意：開啟開關閘時間，可聽伴隨噴出的氣音，氣音結束便立刻關上開關閘。

4.式求 γ 值，並計算與空氣 γ 誤差值。

五、實驗數據紀錄與分析

空氣 γ 值實驗紀錄表				
量測次數	h_i	h_f	γ	誤差值%
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
		平均值		

空氣 γ 值實驗數據報表

量測次數	h_i	h_f	γ	誤差值%
1	10.62	2.68	1.34	4.46
2	15.65	3.83	1.32	5.43
3	18.79	38.78	1.33	5.25
4	23.88	6.13	1.35	3.9
5	26.32	6.5	1.33	5.15
6	29.10	6.96	1.31	6.12
7	34.1	7.65	1.29	7.91
8	34.44	9.27	1.37	2.26
9	35.86	9.16	1.47	-5.2
10	50.68	10.09	1.38	1.69
		平均值	1.35	3.70%

六、問題與討論

1. 日常生活中有哪些現象是絕熱過程？
2. 理想氣體之 C_p 、 C_v 之值是如何推導出來的？

3. 試解釋空氣 γ 值與理想空氣 γ 值的誤差因素。
4. 試描述為什麼可以用公式(14)求得 γ 。
5. 試從自由度觀點預測空氣、氮氣、二氧化碳的值？

(提示： $\gamma = \frac{(f+2)}{f}$ ， f ：自由度，另須考慮變原子氣體……)